

Roll No.

Y – 309 / Y– 310 / Y– 311 (S)

B.Sc. (Second Year) EXAMINATION, (Suppl./Second Chance) Sept.-2021

MATHEMATICS

Paper – I, II, III

**ABSTRACT ALGEBRA/ADVANCED CALCULUS/DIFFERENTIAL
EQUATIONS**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

खण्ड (अ)

Section A

1. समूह $(G, .)$ के एक अवयव a की कोटि उसके प्रतिलोम a^{-1} की कोटि के बराबर होती है, अर्थात् $O(a) = O(a^{-1})$. 13/16
The order of an element a of a group $(G, .)$ is the same as the order a^{-1} , i.e $O(a) = O(a^{-1})$.
2. लेग्रान्ज प्रमेय का कथन लिखो एवं उसे सिद्ध करो। 13/17
State and prove Lagrange's theorem.
3. समूह में समाकारिता की मूल प्रमेय का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये। 14/17
State and prove fundamental theorem of Homomorphism of group.

खण्ड (ब)

Section B

4. (a) ज्ञात कीजिये कि निम्नलिखित श्रेणी $\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^3}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^4}{7} + \dots$ to $\infty, x > 0$
अभिसारी है या अपसारी। 6½/8
Find whether the following series is convergent or divergent.

$$\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^3}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^4}{7} + \dots \text{to } \infty, x > 0.$$

P.T.O.

- (b) सिद्ध करो कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है। 6½/8
 Prove that every convergent sequence is bounded.
5. (a) श्रृंखला नियम का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये। 6½/8½
 State and prove chain rule.
- (b) लेग्रांज के प्रथम मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये। 6½/8½
 State and prove Lagrange's first mean value theorem.
6. (a) सरल रेखाओं के कुल $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जहाँ α प्राचल है। ज्यामिति व्याख्या कीजिये। 7/8½
 Find the envelope of the family of straight lines $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$, where the parameter is the angle α . Give the geometrical interpretation.
- (b) फलन $u = x^3y^2(1-x-y)$ के उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ ज्ञात कीजिये। 7/8½
 Discuss the maximum or minimum value of $u = x^3y^2(1-x-y)$.

खण्ड (स)**Section C**

7. $\frac{dy}{dx} - y = 0$ सत्ता तरीका से हल करो। 13/16
 Solve by power method $\frac{dy}{dx} - y = 0$.
8. $\int_0^\infty \frac{e^{-t} - e^{-3t}}{t} dt = \log 3$ दिखाओ। 13/17
 Show that $\int_0^\infty \frac{e^{-t} - e^{-3t}}{t} dt = \log 3$.
9. हल कीजिये— 14/17

$$L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + a^2)^2} \right\}.$$

Solve—

$$L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + a^2)^2} \right\}.$$